

# Aplikasi Graf Berarah Pada Rute Penerbangan Antar Bandara

Kristo Abdi Wiguna - 13520058  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13520058@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Dalam dunia era teknologi maju, pesawat terbang merupakan salah satu transportasi yang digunakan oleh masyarakat dunia untuk bepergian antar domestik maupun internasional. Pesawat terbang berangkat dari satu bandar udara menuju bandar udara tujuan yang diskrit. Rute penerbangan dapat diatur sedemikian sehingga dapat dimodelkan menjadi sebuah graf. Makalah ini menjelaskan salah satu cara untuk mengaplikasikan graf berarah pada rute penerbangan antarbandar udara. Rute penerbangan yang ditentukan harus mempertimbangkan waktu, suhu udara bandar udara keberangkatan dan tujuan, serta beberapa faktor lainnya untuk memastikan bahwa sebuah rute penerbangan dapat dilakukan oleh sebuah operasi penerbangan maskapai pesawat udara.

**Kata kunci**—graf, graf berarah, rute penerbangan

## I. PENDAHULUAN

Trend perjalanan secara aviasi sudah dimulai sejak era teknologi dimulai. Dengan menggunakan jasa perjalanan aviasi, seseorang dapat melakukan perjalanan dari suatu kota ke kota lain yang berjarak jauh dengan waktu yang relatif singkat, bahkan dari suatu negara ke negara lain. Hal ini menyebabkan perjalanan melalui udara menjadi opsi untuk bepergian jarak jauh dengan waktu yang ditempuh relatif singkat dibanding transportasi lainnya.

Dengan tiket penerbangan dapat dibeli dengan mudah di berbagai aplikasi digital yang telah dikembangkan membuat trend penerbangan menjadi marak dan meningkat. Ketika berbicara tentang penerbangan, maka tentu saja akan berbicara tentang pesawat udara dan rute penerbangannya.



Gambar 1. Ilustrasi Rute Penerbangan

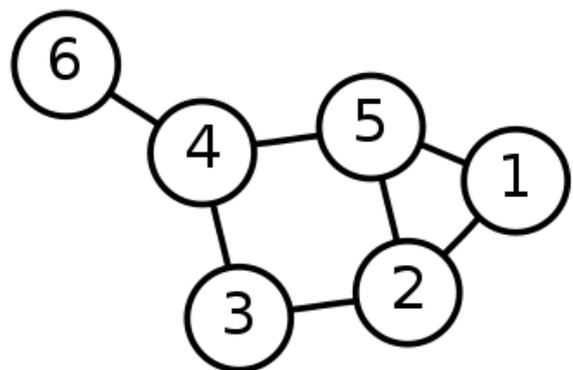
(sumber : <https://aviatren.com/2016/06/25/indonesia-punya-salah-satu-rute-penerbangan-terpadat-di-dunia/>)

Banyaknya rute penerbangan yang dipakai untuk beroperasi setiap waktunya menjadi alasan dibutuhkan pengaturan jalur penerbangan yang cukup kompleks dan tepat sehingga dibutuhkan suatu metode agar rute penerbangan dapat diatur sedemikian rupa agar semua dapat penerbangan difasilitasi dan tidak terjadi kecelakaan udara. Hal ini juga menjadi keuntungan bagi maskapai penerbangan jika rute penerbangan dapat diatur dengan baik karena efisien dan menguntungkan secara *cost operation*. Sebuah maskapai penerbangan tentu seharusnya tidak secara semena – mena menjadwalkan sebuah rute penerbangan karena bisa saja menabrak jadwal lain ataupun rute lain, bahkan rute yang mereka jadwalkan salah dan tidak dapat dilalui oleh sebuah pesawat udara. Maka dari itu, salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan rute penerbangan antar bandara adalah dengan teori graf.

Graf adalah kumpulan simpul – simpul atau *vertex* yang dihubungkan satu sama lain dengan sisi atau *edge*. Graf dapat digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit, dan juga hubungan-hubungan antara objek-objek tersebut.

## II. TEORI DASAR

### 2.1 Teori Graf



Gambar 2. Graf

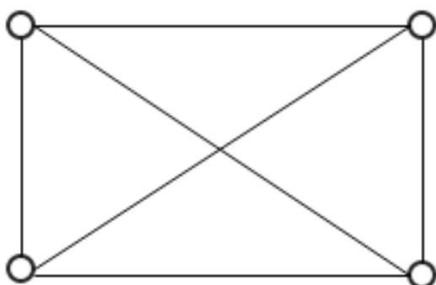
(sumber :

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5b/6n-graf.svg/333px-6n-graf.svg.png>)

Graf terdiri dari simpul dan sisi. Suatu graf dapat dinyatakan sebagai  $G = (V, E)$ . Dimana  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul – simpul dan  $E$  adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek – objek diskrit dan memetakan hubungan antara objek – objek tersebut.

Graf dapat diklasifikasikan menjadi beberapa jenis. Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, graf dapat digolongkan menjadi graf tak-berarah dan graf berarah. Sedangkan berdasarkan ada tidaknya kalang, graf menjadi graf sederhana dan graf tak-sederhana. Graf dinyatakan sebagai graf kosong apabila tidak ada sisi di antara simpul – simpul yang ada.

### 2.1.1 Graf Sederhana

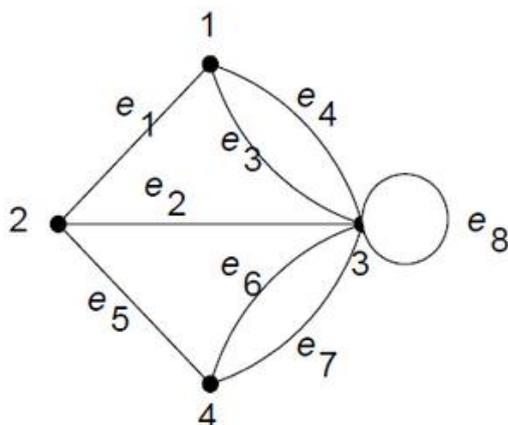


Gambar 3. Graf Sederhana

(sumber : <https://www.javatpoint.com/graph-theory-types-of-graphs>)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi gelang ataupun sisi ganda di dalamnya. Graf sederhana hanya memiliki satu sisi yang menghubungkan sepasang simpul yang sama.

### 2.1.2 Graf Tak-sederhana



Gambar 4. Graf Tak-sederhana

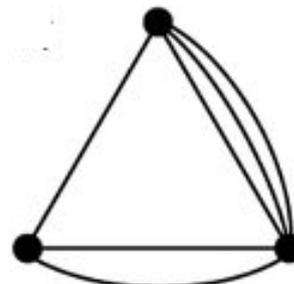
(sumber :

[https://lmsspada.kemdikbud.go.id/pluginfile.php/61009/mod\\_resource/intro/COntoh%20graf%20sederhana.png](https://lmsspada.kemdikbud.go.id/pluginfile.php/61009/mod_resource/intro/COntoh%20graf%20sederhana.png))

Graf tak sederhana adalah graf yang terdapat gelang atau sisi ganda pada graf tersebut. Gambar di atas memiliki gelang pada simpul e8 yang membuatnya graf tak-sederhana.

Graf tak sederhana ini dibagi menjadi 2 jenis yaitu Graf Ganda (*multi-graph*) dan Graf semu (*pseudo-graph*).

#### 2.1.2.a Graf Ganda

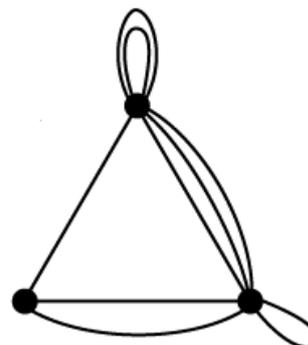


Gambar 5. Graf Ganda (*multi-graph*)

(sumber : [https://www.researchgate.net/figure/Graphs-a-simple-graph-b-multigraph-c-pseudograph-d-labelled-graph-edges-e\\_fig4\\_265219734](https://www.researchgate.net/figure/Graphs-a-simple-graph-b-multigraph-c-pseudograph-d-labelled-graph-edges-e_fig4_265219734))

Graf ganda merupakan graf tak sederhana yang secara khusus mengandung sisi ganda di dalamnya. Sisi ganda yang dimaksud pada gambar adalah pada tiga sisi yang menghubungkan simpul atas dan simpul kanan.

#### 2.1.2.b Graf Semu

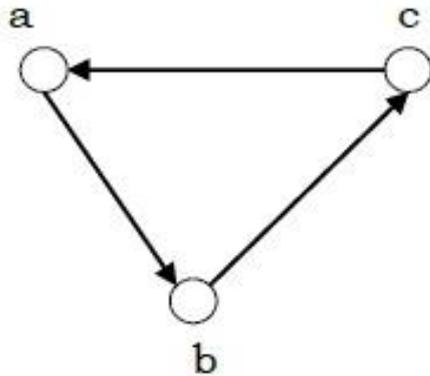


Gambar 6. Graf Semu (*pseudo-graph*)

(sumber : [https://www.researchgate.net/figure/Graphs-a-simple-graph-b-multigraph-c-pseudograph-d-labelled-graph-edges-e\\_fig4\\_265219734](https://www.researchgate.net/figure/Graphs-a-simple-graph-b-multigraph-c-pseudograph-d-labelled-graph-edges-e_fig4_265219734))

Graf semu merupakan graf tak sederhana yang secara khusus mengandung sisi ganda dan juga sisi gelang di dalamnya. Sisi gelang yang dimaksud adalah sisi yang menghubungkan suatu simpul terhadap dirinya sendiri, pada gambar dapat dilihat sisi gelang yang terdapat di simpul atas dan simpul kanan.

### 2.1.3 Graf Berarah

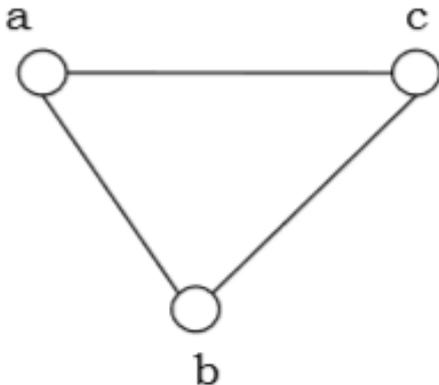


Gambar 7. Graf Berarah  
(sumber :

[https://www.tutorialspoint.com/discrete\\_mathematics/graph\\_and\\_graph\\_models.htm](https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/graph_and_graph_models.htm))

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya mengandung orientasi arah menuju simpul lain. Setiap sisinya mempunyai orientasi arah yang membuatnya memiliki sisi masuk atau sisi keluar atau keduanya.

### 2.1.4 Graf Tak-berarah

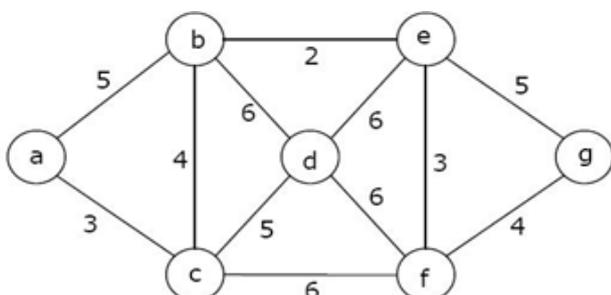


Gambar 8. Graf Tak-berarah

(sumber [https://www.tutorialspoint.com/discrete\\_mathematics/graph\\_and\\_graph\\_models.htm](https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/graph_and_graph_models.htm))

Graf yang tidak memiliki orientasi arah pada setiap sisinya dinamakan graf tak-berarah.

### 2.1.5 Graf Berbobot



Gambar 9. Graf Berbobot

(sumber : <https://www.javatpoint.com/graph-theory-types-of-graphs>)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga atau bobot. Bobot dalam graf berbobot ini biasanya berupa angka atau data numerik.

## 2.2 Penerbangan dan Rute Penerbangan

Menurut Undang – undang no. 1 tahun 2009, penerbangan adalah satu kesatuan sistem yang terdiri atas pemanfaatan wilayah udara, pesawat udara, bandar udara, navigasi penerbangan, keselamatan dan keamanan, lingkungan hidup, serta fasilitas penunjang dan fasilitas umum lainnya.

Rute penerbangan adalah lintasan pesawat udara dari bandar udara asal ke bandar udara tujuan melalui jalur penerbangan yang telah ditetapkan. Setiap pesawat akan melewati rute penerbangan tertentu dari suatu bandara menuju bandara lainnya. Berdasarkan wilayah pelayanannya, rute penerbangan dapat dibagi menjadi dua jenis yaitu, rute penerbangan dalam negeri atau domestik dan rute penerbangan luar negeri atau internasional.

Berdasarkan hirarki pelayanannya, rute penerbangan sendiri dibagi 3 yaitu rute utama, rute pengumpan, dan rute perintis. Rute utama yaitu rute penerbangan yang menghubungkan antar bandar udara yang sebagai pusat penyebaran. Rute pengumpan yaitu rute yang merupakan penunjang rute utama yang menghubungkan antar bandarudara yang termasuk pusat penyebaran dengan bandarudara bukan pusat penyebaran. Terakhir, rute perintis yaitu rute penerbangan yang menghubungkan daerah terpencil atau sulit diakses transportasi lain.

## III. PEMBAHASAN

### 3.1 Pembentukan Graf Rute Penerbangan



Gambar 10. Rute Penerbangan Dunia

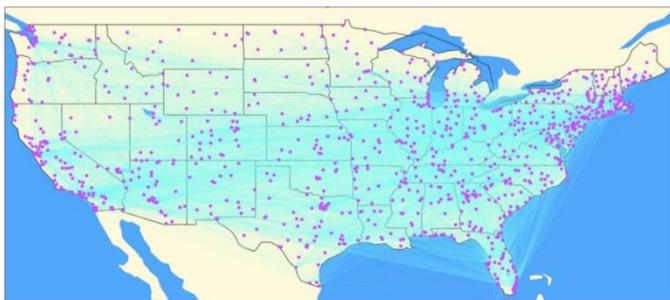
(sumber: <http://www.martingrandjean.ch/wp-content/uploads/2016/05/airports-map-small.png>)

Untuk membentuk sebuah graf yang memiliki simpul dan sisi, penulis mengambil sebuah dataset yang bersumber dari *Bureau*



Amerika Serikat pada tahun 2019, maka kita dapat mengintegrasikan list sisi yang ada untuk menghubungkan simpul dari list simpul yang telah dibuat.

Dengan menggunakan bahasa Python dan modul matplotlib, penulis dapat memodelkan peta map Amerika Serikat, rute penerbangannya, dan bandara yang ada pada tahun 2019 sebagai sebuah graf berarah sebagai gambar berikut.



Gambar 14. Graf pemodelan rute penerbangan Amerika Serikat

(sumber :

[https://miro.medium.com/max/875/0\\*NOyr4JtdgrNG0JCQ.png](https://miro.medium.com/max/875/0*NOyr4JtdgrNG0JCQ.png))

Dapat dilihat bahwa garis biru adalah sisi yang menghubungkan simpul – simpul berwarna ungu yang merupakan bandara. Tingkat kerumitan rute penerbangan pada suatu negara besar seperti Amerika Serikat dapat mengimplikasikan bahwa tingkat kerumitan pada rute penerbangan dunia jauh lebih rumit dan terbukti pada gambar 9 yang dibuat berdasarkan analisis dan visualisasi rute penerbangan dunia.

### 3.3. Graf Rute Penerbangan Domestik dan Internasional

Pada penjelasan di atas dicontohkan graf yang dimodelkan berdasarkan negara Amerika Serikat yaitu bersifat penerbangan domestik. Pada penerbangan internasional yang transit atau langsung (*direct*) tidak menjadi sebuah perbedaan pada graf rute penerbangan dunia. Ilustrasinya dapat dilihat di gambar di bawah.

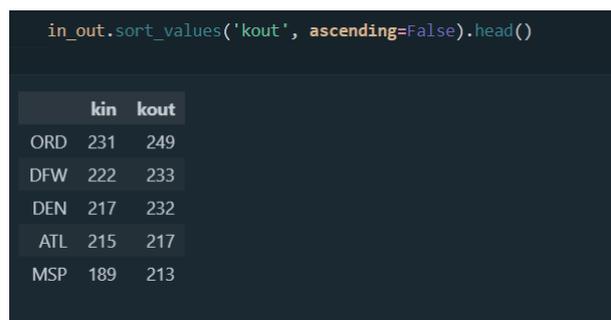


Gambar 15. Ilustrasi rute penerbangan domestik dan internasional

(sumber : Dok. penulis)

Pada gambar 15 terlihat pada penerbangan domestik yaitu sisi yang menghubungkan simpul A ke simpul E. Lalu pada penerbangan internasional yang transit yaitu dari simpul A ke simpul B lalu ke simpul C dan penerbangan internasional *direct* yaitu dari simpul D ke simpul C. Penerbangan dari simpul A ke simpul B adalah sebuah sisi tersendiri begitu halnya dengan sisi yang menghubungkan simpul B ke simpul C. Maka dari itu, pada graf rute penerbangan dunia, penerbangan domestik dan penerbangan internasional transit maupun langsung tidak menjadi sebuah perbedaan karena sisi atau *edge* hanya memperdulikan simpul asal dan simpul tujuan atau dalam hal ini adalah bandara keberangkatan dan bandara destinasi.

Dalam sisi yang ada pada graf pemodelan rute penerbangan, akan diperiksa konsekuensi dari sisi graf yaitu dimana suatu sisi masuk adalah suatu sisi keluar dari simpul lainnya yang hasilnya pada gambar berikut dengan  $k$  dimisalkan derajat suatu simpul.



Gambar 16. Derajat simpul graf pemodelan rute penerbangan

(sumber : Dok. Penulis)

Terlihat bahwa jumlah derajat dari simpul graf yaitu dimana suatu sisi masuk (*kin*) sama dengan suatu sisi keluar (*kout*) dari simpul lainnya. Meskipun begitu ada beberapa simpul yang tidak memiliki derajat keluar ataupun derajat masuk saja yang dalam hal ini merupakan penerbangan khusus seperti pangkalan militer dan bandara yang tidak mengoperasikan penerbangan komersil.

## IV. KESIMPULAN

Dari beberapa pokok bahasan yang penulis kaji di atas, dapat diambil kesimpulan bahwa dengan memodelkan rute penerbangan antar bandara menggunakan metode pendekatan graf berarah. Pihak maskapai atau bandara dapat memvisualisasikan proses perjalanan rute penerbangan dari bandar udara keberangkatan menuju bandar udara destinasi baik domestik maupun internasional.

## V. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis ingin mengucapkan rasa syukur sebesar – besarnya kepada Tuhan Yang Maha Esa karena telah memberikan kesempatan pada penulis untuk menyelesaikan makalah ini.

Penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar

– besarnya kepada dosen Ibu Harlili karena telah membimbing penulis selama menempuh kuliah IF2120 – Matematika Diskrit pada prodi Informatika, fakultas Sekolah Teknik Elektro dan Informatika di Institut Teknologi Bandung.

Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada penulis makalah atau artikel tempat penulis mendapatkan referensi.

Semoga apapun yang ditulis di makalah ini dan yang dipelajari dapat membantu orang lain dalam menyelesaikan tugas – tugasnya, dan mudah – mudahan menambah wawasan para pembaca.

## REFERENCES

- [1] Delling, Daniel. dkk. (2009). Efficient Route Planning in Flight Networks. Diakses tanggal 10 Desember 2021) dari [https://www.researchgate.net/publication/220825773\\_Efficient\\_Route\\_Planning\\_in\\_Flight\\_Networks](https://www.researchgate.net/publication/220825773_Efficient_Route_Planning_in_Flight_Networks)
- [2] Undang-Undang No.1 Tahun 2009 tentang Penerbangan (Indonesia). Diakses tanggal 7 Desember 2021 dari <https://jdih.dephub.go.id/assets/uudocs/uu/2009/UU%20No.1%20Tahun%202009.pdf>
- [3] <https://graphs4sci.substack.com/p/graphs-101> (Diakses 8 Desember 2021)
- [4] Upadhyay, Akshay. (2016). Flight Routes Network Analysis. Diakses tanggal 9 Desember 2021 dari <https://www.igismap.com/flight-routes-network-analysis/>
- [5] <https://www.youtube.com/watch?v=zOq1FtnWDuE> (Diakses 10 Desember 2021)
- [6] <https://github.com/DataForScience/Graphs4Sci> (Diakses 11 Desember 2021)
- [7] <https://github.com/krlawrence/graph/tree/master/sample-data> (Diakses 11 Desember 2021)

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2021



Kristo Abdi Wiguna  
13520058